

Руднєв С.С., Романченко Ю.А., Брожек Р.М.

СИНТЕЗ РОБАСТНОЇ СИСТЕМИ КЕРУВАННЯ ПОЗИЦІЙНИМ ЕЛЕКТРОПРИВОДОМ НА ОСНОВІ H_2 -ОПТИМІЗАЦІЇ

У статті наведено синтез системи робастного керування позиційного електроприводу постійного струму з H_2 -оптимальним регулятором положення, функціонуючої в умовах неповної інформації про об'єкт і з урахуванням його структурних невизначеностей. Його важливість обумовлена тим, що практично в будь-якому інженерному завданні конструювання системи керування присутня невизначеність (або помилка) у моделі об'єкта (математична модель об'єкта, отримана на основі теорії або в результаті ідентифікації, відрізняється від реальної технічної системи) та у знанні класу вхідних збурень. В роботі в якості об'єкта керування був прийнятий позиційний електропривод з приводним електродвигуном постійного струму та керованим транзисторним перетворювачем для живлення ланцюга якоря двигуна. При математичному описі об'єкта магнітний потік двигуна прийнятий постійним, вплив реакції якоря та вихрових струмів не враховується (двигун компенсований). Авторами запропоновано структурну схему силової частини об'єкта керування, на якій двигун постійного струму представлений у вигляді послідовно включених аперіодичної та інтегруючої ланок, охоплених жорстким негативним зворотним зв'язком в напрямку проти-е.р.с машини. Розглянуто алгоритм H_2 -оптимального регулятора. Для вирішення H_2 -проблеми оптимізації було введено дві матриці Гамільтона, які відповідають рівнянням алгебри Ріккати з керування та фільтрації. При синтезі робастного H_2 -оптимального регулятора положення використовувалися засоби пакету Robust Control Toolbox \rightarrow Controller Synthesis системи Matlab, що дозволили обчислити центральний регулятор, який мінімізує H_2 -норму замкненої системи за представленими алгоритмами. Отриманий H_2 -оптимальний регулятор є регулятором 4-го порядку. Застосовуючи «2-Рікати підхід» було показано, що за певних умов H_2 -теорія (LQG-теорія) керування є граничним випадком H_∞ -теорії. Синтезований H_2 -оптимальний регулятор забезпечує необхідну точність відпрацювання заданих переміщень і ступінь чутливості до параметричних і координатних збурень, що діють на об'єкт.

Ключові слова: регулятор, електропривод, система керування, оптимізація, збурення, робастне керування.

Вступ. Сучасний період розвитку теорії керування характеризується постановкою і вирішенням завдань, що враховують неточність знань про об'єкти керування та зовнішніх збурень, що діють на них. Завдання синтезу регулятора та оцінювання стану з урахуванням невизначеності в моделі об'єкта та характеристиках вхідних впливів є одними з центральних у сучасній теорії керування. Їх важливість обумовлена насамперед тим, що практично в будь-якому інженерному завданні конструювання системи керування присутня невизначеність (або помилка) у моделі об'єкта (математична модель об'єкта, отримана на основі теорії або в результаті ідентифікації, відрізняється від реальної технічної системи) та у знанні класу вхідних збурень.

Невизначеність є основним поняттям теорії робастного керування. Невизначеність об'єкта відбиває неточність моделі об'єкта, причому як параметричну, так і структурну. Невизначеності можуть набувати будь-які форми, проте найбільш істотними є шуми, нелінійності та неточності у знанні передавальної функції об'єкта керування. Невизначеність вхідних сигналів відбиває різну природу зовнішніх збурень, які діють об'єкт і регулятор. Невизначений об'єкт, таким чином, може розглядатися як множина об'єктів. Якщо для системи керування з об'єктом обрати деяку її характеристику, наприклад, стійкість, то регулятор є робастним щодо цієї характеристики, якщо її має будь-який з множини об'єктів, що задаються невизначеністю. Таким чином, поняття робастності має на увазі наявність регулятора, множини об'єктів та фіксацію певної характеристики системи [1].

Основна і принципово нова ідея щодо синтезу робастного керування полягає в тому, щоб єдиним регулятором забезпечити стійкість замкненої системи не тільки для номінального (без урахування помилок моделі) об'єкта, але й для будь-якого об'єкта, що належить множині «збурених» об'єктів, що визначаються класом невизначеності. Застосовуючи «2-Рікати підхід» було показано, що за певних умов H_2 -теорія (LQG-теорія) керування є граничним випадком H_∞ -теорії.

Мета статті. Розробка робастної системи керування позиційного електроприводу з H_2 -оптимальним регулятором положення, що функціонує в умовах неповної інформації про об'єкт та з урахуванням його невизначеностей.

Результати дослідження. В якості об'єкта керування прийнятий позиційний електропривод з приводним електродвигуном постійного струму та керованим транзисторним перетворювачем для живлення ланцюга якоря двигуна. При математичному описі об'єкта магнітний потік двигуна приймається постійним, вплив реакції якоря та вихрових струмів не враховується (двигун компенсований). Ці припущення є загальноприйнятими та дозволяють описати динаміку системи лінійними диференціальними рівняннями 4-го порядку [2].

Структурну схему силової частини об'єкта керування (ОК) показано на рис. 1. Тут двигун постійного струму представлений у вигляді послідовно включених аперіодичної та інтегруючої ланок, охоплених жорстким негативним зворотним зв'язком в напрямку проти-е.р.с машини. Ланка переходу від окружної швидкості електродвигуна до положення – інтегратор з коефіцієнтом передачі $k_{\text{мех}}$.

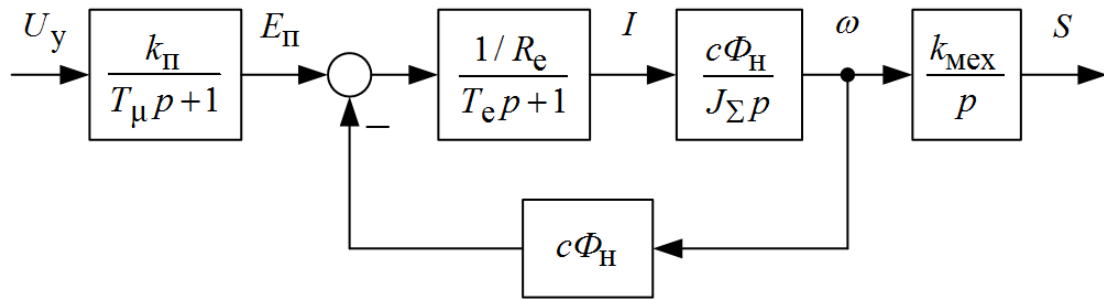


Рисунок 1 – Структурна схема ОК позиційного електроприводу

Математичний опис ОК у формі Коші з урахуванням запровадження відносних фазових координат, опис невизначеностей, які або точно не відомі, або змінюються в процесі роботи електроприводу, представлених як лінійне дробове перетворення (ЛДП), визначення динаміки входів/виходів позиційної системи в матричному поданні з урахуванням невизначеності як \mathbf{G} – матричної передавальної функції (МПФ), а також послідовність перетворення структурних схем ОК з невизначеними параметрами, розглянуті авторами в [3].

Для подальшого синтезу H_2 -оптимального регулятора необхідно створення узагальненого об'єкта \mathbf{P} , а точніше його МПФ, що включає вагові функції \mathbf{W}_S , \mathbf{W}_R та \mathbf{W}_T , які «накладають штраф» на сигнал помилки, сигнал керування і вихідний сигнал відповідно, а також МПФ ОК з невизначеностями, тобто формування замкненого контуру змішаної задачі чутливості (weighted mixed-sensitivity loop-shaping). Синтезована H_2 системи керування представлена структурною схемою, зображеною на рис. 2, структурна схема узагальненого об'єкта \mathbf{P} з ваговими функціями (змішана задача чутливості $\mathbf{S/R/T}$ – mixed-sensitivity problem) зображена на рис. 3.

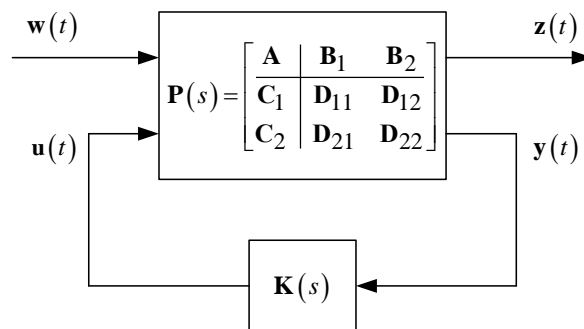


Рисунок 2 – Структурна схема синтезованої H_2 системи керування

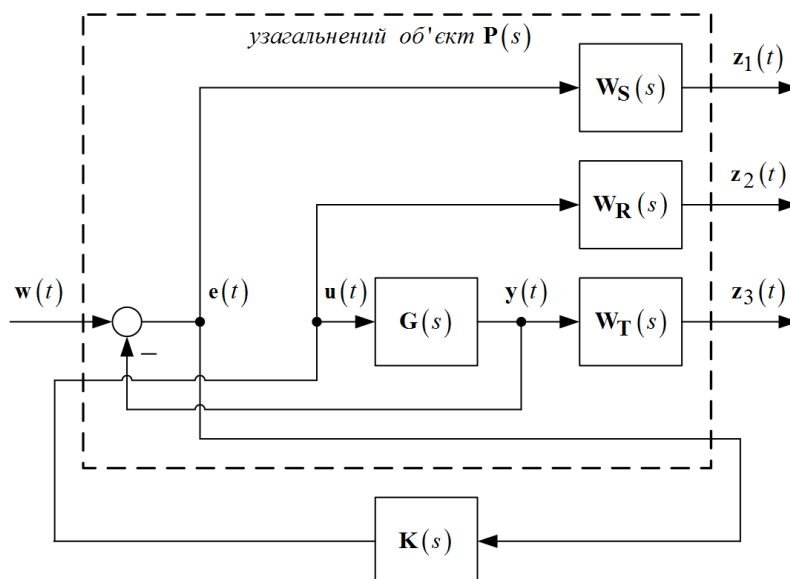


Рисунок 3 – Структурна схема узагальненого об'єкта \mathbf{P} (змішана задача $\mathbf{S/R/T}$)

На рис. 2-3 прийняті такі позначення:

$\mathbf{G}(s)$ та $\mathbf{K}(s)$ – МПФ об'єкта керування та регулятора відповідно;

$\mathbf{P}(s)$ – МПФ узагальненого об'єкта з урахуванням вагових функцій;

$\mathbf{W}_S(s)$, $\mathbf{W}_R(s)$ та $\mathbf{W}_T(s)$ – частотно-залежні вагові функції;

$\mathbf{w}(t)$ – вектор впливів, що збурюють (сигнал завдання, сигнал збурення);

$\mathbf{u}(t)$ – вектор керуючих впливів (сигнал керування);

$\mathbf{z}(t)$ – частина вектора виходу, яка використовується для контролю якості системи автоматичного регулювання (САР) (наприклад, помилка регулювання);

$\mathbf{y}(t)$ – частина вектора виходу, що використовується для покращення якості роботи САР (частина, по якій замикається через регулятор зворотний зв'язок);

$\mathbf{e}(t)$ – сигнал помилки регулювання.

Матрична передатна функція узагальненого об'єкта:

$$\mathbf{P}(s) = \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{W}_S & -\mathbf{W}_S \mathbf{G} \\ \hline 0 & \mathbf{W}_R \\ \hline 0 & \mathbf{W}_T \mathbf{G} \\ \hline \mathbf{I} & -\mathbf{G} \end{array} \right]. \quad (1)$$

Замкнена МПФ від збурення $\mathbf{w}(t)$ до контрольованої змінної $\mathbf{z}(t)$ відповідно до ЛДП (LFT) [4]

$$\mathbf{T}_{zw} = \mathbf{F}_L(\mathbf{P}, \mathbf{K}) = \mathbf{P}_{11} + \mathbf{P}_{12} \mathbf{K} (\mathbf{I} + \mathbf{P}_{22} \mathbf{K})^{-1} \mathbf{P}_{21}$$

(див. рис. 1). Отже, завданням H_2 -оптимізації є вибір такого регулятора \mathbf{K} , який мінімізував би $\|\mathbf{T}_{zw}\|_2$ (H_2 -норму). Причому вибір оптимального регулятора \mathbf{K} здійснюється над множиною всіх регуляторів, які мають властивість робити замкнену систему \mathbf{T}_{zw} внутрішньо стійкою, тобто над множиною стабілізуючих регуляторів.

Замкнена МПФ при вирішенні задачі змішаної чутливості:

$$\mathbf{T}_{zw} = \begin{bmatrix} \mathbf{W}_S(s) \mathbf{S}(s) \\ \mathbf{W}_R(s) \mathbf{R}(s) \\ \mathbf{W}_T(s) \mathbf{T}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{W}_S(s) \mathbf{S}(s) \\ (\mathbf{W}_R(s) / \mathbf{G}(s)) \mathbf{T}(s) \\ \mathbf{W}_T(s) \mathbf{T}(s) \end{bmatrix}, \quad (2)$$

де $\mathbf{S}(s) = (\mathbf{I} + \mathbf{G}(s) \mathbf{K}(s))^{-1}$ – функція чутливості;

$\mathbf{T}(s) = \mathbf{G}(s) \mathbf{K}(s) (\mathbf{I} + \mathbf{G}(s) \mathbf{K}(s))^{-1}$ – додаткова функція чутливості;

$\mathbf{R}(s) = \mathbf{K}(s) (\mathbf{I} + \mathbf{G}(s) \mathbf{K}(s))^{-1}$.

При синтезі H_2 -оптимального регулятора положення позиційного електроприводу використовували такі типові вагові функції [5-6]:

$$\begin{aligned} \mathbf{W}_S &= \frac{s/M + \omega_0}{s + \omega_0 A}; \\ \mathbf{W}_R &= const; \\ \mathbf{W}_T &= \frac{s + \omega_0/M}{As + \omega_0}, \end{aligned} \quad (3)$$

де $A=0,001$ – бажана максимально припустима усталена помилка в усталеному режимі;

$\omega_0=200$ – бажана смуга пропускання;

$M=3$ – пік чутливості.

Далі розглядається алгоритм H_2 -оптимального регулятора. Для вирішення H_2 -проблеми оптимізації вводяться дві матриці Гамільтона:

$$\mathbf{H}_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & -\mathbf{B}_2 \mathbf{B}_2^T \\ -\mathbf{C}_1^T \mathbf{C}_1 & -\mathbf{A}^T \end{bmatrix}, \quad \mathbf{J}_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{A}^T & -\mathbf{C}_2^T \mathbf{C}_2 \\ -\mathbf{B}_1 \mathbf{B}_1^T & -\mathbf{A} \end{bmatrix}, \quad (4)$$

які відповідають рівнянням алгебри Ріккати з керування та фільтрації (5-6) відповідно:

$$\mathbf{A}^T \mathbf{X}_2 + \mathbf{X}_2 \mathbf{A} - \mathbf{X}_2 \mathbf{B}_2 \mathbf{B}_2^T \mathbf{X}_2 + \mathbf{C}_1^T \mathbf{C}_1 = 0, \quad (5)$$

$$\mathbf{A} \mathbf{Y}_2 + \mathbf{Y}_2 \mathbf{A}^T - \mathbf{Y}_2 \mathbf{C}_2^T \mathbf{C}_2 \mathbf{Y}_2 + \mathbf{B}_1 \mathbf{B}_1^T = 0, \quad (6)$$

\mathbf{H}_2 та $\mathbf{J}_2 \in \text{dom}(\text{Ric})$; $\mathbf{X}_2 = \text{Ric}(\mathbf{H}_2)$, $\mathbf{Y}_2 = \text{Ric}(\mathbf{J}_2)$ – невід'ємно визначено [4].

Введемо такі матриці:

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_2 &= -\mathbf{B}_2^T \mathbf{X}_2, \\ \mathbf{L}_2 &= -\mathbf{Y}_2 \mathbf{C}_2^T, \\ \mathbf{A}_{\mathbf{F}_2} &= \mathbf{A} + \mathbf{B}_2 \mathbf{F}_2, \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_{1\mathbf{F}_2} &= \mathbf{C}_1 + \mathbf{D}_{12} \mathbf{F}_2, \\ \mathbf{A}_{\mathbf{L}_2} &= \mathbf{A} + \mathbf{L}_2 \mathbf{C}_2, \\ \mathbf{C}_{1\mathbf{L}_2} &= \mathbf{B}_1 + \mathbf{L}_2 \mathbf{D}_{21}, \\ \mathbf{A}'_2 &= \mathbf{A} + \mathbf{B}_2 \mathbf{F}_2 + \mathbf{L}_2 \mathbf{C}_2, \end{aligned} \quad (8)$$

та матриці передавальних функцій:

$$\begin{aligned} \mathbf{G}_c(s) &=: \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{A}_{\mathbf{F}_2} & \mathbf{I} \\ \hline \mathbf{C}_{1\mathbf{F}_2} & 0 \end{array} \right], \\ \mathbf{G}_f(s) &=: \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{A}_{\mathbf{L}_2} & \mathbf{B}_{1\mathbf{L}_2} \\ \hline \mathbf{I} & 0 \end{array} \right], \end{aligned} \quad (9)$$

У [4] сформульована теорема, що описує H_2 -оптимальний регулятор. Єдиний H_2 -оптимальний регулятор визначається формулою

$$\mathbf{K}_2(s) =: \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{A}'_2 & -\mathbf{L}_2 \\ \hline \mathbf{F}_2 & 0 \end{array} \right], \quad (10)$$

при цьому

$$\begin{aligned} \min \|\mathbf{T}_{zw}\|_2^2 &= \|\mathbf{G}_c \mathbf{B}_1\|_2^2 + \|\mathbf{F}_2 \mathbf{G}_f\|_2^2 = \\ &= \|\mathbf{G}_c \mathbf{L}_2\|_2^2 + \|\mathbf{C}_1 \mathbf{G}_f\|_2^2. \end{aligned} \quad (11)$$

Також у [4] сформульована теорема про множину субоптимальних H_2 -регуляторів. Сімейство всіх допустимих H_2 -субоптимальних регуляторів, таких що $\|\mathbf{T}_{zw}\|_2 < \gamma$, містить множину всіх передавальних матриць від $\mathbf{y}(t)$ до $\mathbf{u}(t)$ системи (рис. 4), де

$$\mathbf{M}_2(s) =: \left[\begin{array}{c|cc} \mathbf{A}'_2 & -\mathbf{L}_2 & \mathbf{B}_2 \\ \hline \mathbf{F}_2 & 0 & \mathbf{I} \\ -\mathbf{C}_2 & \mathbf{I} & 0 \end{array} \right], \quad (12)$$

$$\|\mathbf{Q}\|_2^2 < \gamma^2 - \left(\|\mathbf{G}_c \mathbf{B}_1\|_2^2 + \|\mathbf{F}_2 \mathbf{G}_f\|_2^2 \right), \quad \mathbf{Q} \in \square H^2. \quad (13)$$

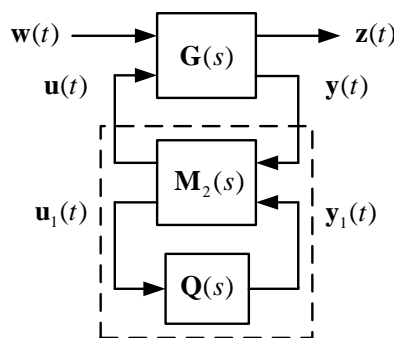


Рисунок 4 – Структурна схема H_2 -субоптимальних регуляторів

Таким чином, сімейство субоптимальних регуляторів описано дробово-раціональним перетворенням $\mathbf{F}_L(\mathbf{M}_2, \mathbf{Q})$ з вільним параметром \mathbf{Q} , що залежить від γ . Якщо покласти $\mathbf{Q}=0$, то отримуємо \mathbf{K}_2 , який називається центральним регулятором у сімействі субоптимальних регуляторів $[\mathbf{F}_L(\mathbf{M}_2, \mathbf{Q})]_{\mathbf{Q}=0} = \mathbf{F}_{L_0}(\mathbf{M}_2, \mathbf{Q})$.

При синтезі робастного H_2 -оптимального регулятора положення використовувалися засоби пакету Robust Control Toolbox \rightarrow Controller Synthesis системи Matlab, що дозволяють обчислити центральний регулятор \mathbf{K}_2 , який мінімізує H_2 -норму замкненої системи за представленими алгоритмами. Отриманий H_2 -оптимальний регулятор є регулятором 4-го порядку, а H_2 -норма $\min \|\mathbf{T}_{zw}\|_2 \rightarrow \infty$, так як рішення оптимальне. На рис. 5 представлені результати роботи позиційного електроприводу з синтезованим H_2 -оптимальним регулятором

положення для різних видів задавального впливу (реакція на стрибки керування і відпрацювання замкненої САР заданої траєкторії) при $I_c = 0,5I_{HДВ}$.

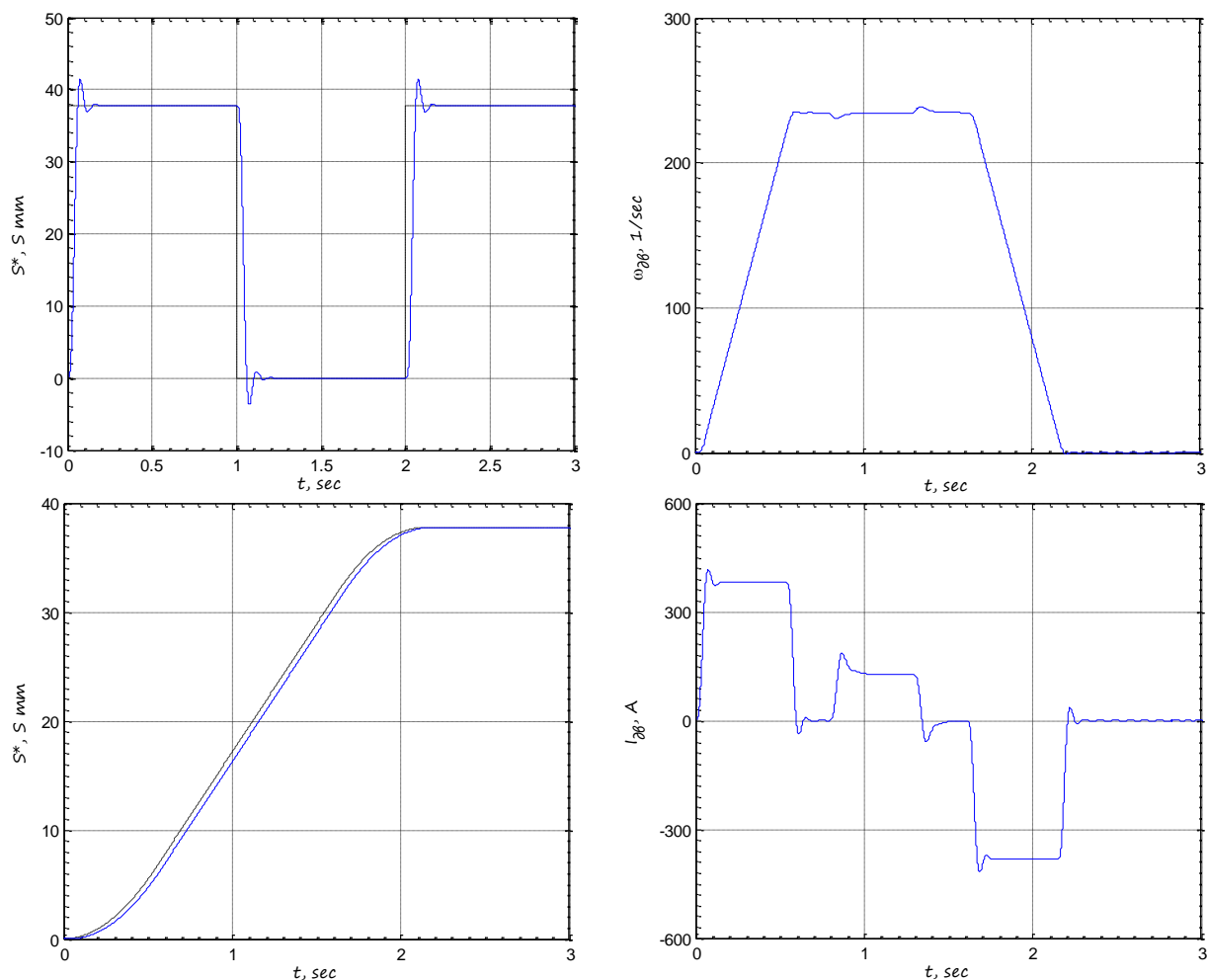


Рисунок 5 – Перехідні процеси в САР з H_2 -оптимальним регулятором положення

Висновки. Що стосується позиційного електроприводу з урахуванням електродвигуна постійного струму показана можливість використання алгоритмів робастного керування (H_2 -оптимізація). Показано алгоритм синтезу H_2 -оптимального регулятора положення, а також створення узагальненого об'єкта, необхідного для проектування робастних САР в умовах неповної інформації про ОК та з урахуванням його невизначеностей.

Л і т е р а т у р а

1. Робастное управление синхронным электроприводом: Монография / Е.В. Полилов, Е.С. Руднев, С.П. Скорик. – Алчевск: ДонГТУ, 2012. – 253 с.
2. H_∞ Robust Control of Permanent-Magnet Synchronous Motors: Performance Analysis / E. Rudnev, D. Morozov, V. Gritsyuk, R. Brozhko // 2019 IEEE 2nd Ukraine Conference on Electrical and Computer Engineering (UKRCON), 2019, pp. 596-600.
3. Полилов Е.В., Зеленев А.Б., Руднев Е.С. Синтез робастного H^∞ -субоптимального регулятора положения позиционного электропривода // Вісник Кременчуцького державного технічного університету ім. Михайла Остроградського. – Кременчук: КДПУ. – 2008. – Ч. 1; № 3 (50). – С.64-71.
4. Методы робастного, нейро-нечеткого и адаптивного управления: Учебник / Под ред. Н.Д. Егупова; издание 2-ое, стереотипное. – М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. – 744 с.
5. Grimble M.J., Biss D. Selection of Optimal Control Weighting Functions to Achieve Good H_∞ Robust Designs // Proceedings of IEE International Conference Control 88, Conference Publication. – 1988. – № 285.
6. Doyle J.C, Glover K., Khargonekar P.P., Francis B.A. State-space solutions to standard H_2 and H_∞ control problems // IEEE Transactions on Automatic Control, AC-34. – 1989. – Vol. 34; №8. – pp.831-847.

References

1. Robastnoe upravlenie sinhronnym jelektroprivodom: Monografija / E.V. Polilov, E.S. Rudnev, S.P. Skorik. – Alchevsk: DonGTU, 2012. – 253 s.
2. H_∞ Robust Control of Permanent-Magnet Synchronous Motors: Performance Analysis / E. Rudnev, D. Morozov, V. Gritsyuk, R. Brozhko // 2019 IEEE 2nd Ukraine Conference on Electrical and Computer Engineering (UKRCON), 2019, pp. 596-600.

3. Polilov E.V., Zelenov A.B., Rudnev E.S. Sintez robustnogo H_∞ -suboptimal'nogo reguljatora polozenija pozicionnogo jelektroprivoda // Visnyk Kremenchuc'kogo derzhavnogo tehničnogo universytetu im. Myhajla Ostrograds'kogo. – Kremenchuk: KDPU. – 2008. – Ch. 1; № 3 (50). – S.64-71.
4. Metody robustnogo, nejro-nechetkogo i adaptivnogo upravlenija: Uchebnik / Pod red. N.D. Egupova; izdanie 2-oe, stereotipnoe. – M.: MGTU im. N. Je. Bauman, 2002. – 744 s.
5. Grimble M.J., Biss D. Selection of Optimal Control Weighting Functions to Achieve Good H_∞ Robust Designs // Proceedings of IEE International Conference Control 88, Conference Publication. – 1988. – № 285.
6. Doyle J.C, Glover K., Khargonekar P.P., Francis B.A. State-space solutions to standard H_2 and H_∞ control problems // IEEE Transactions on Automatic Control, AC-34. – 1989. – Vol. 34; №8. – pp.831-847.

The synthesis of a robust control system for a DC positional electric drive with an H_2 -optimal position controller, operating under conditions of incomplete information about the object and taking into account its structural uncertainties is presented in the article. Its importance is due to the fact that in almost any engineering problem of designing of control system there is an uncertainty (or error) in the object model (the mathematical model of the object obtained on the basis of theory or as a result of identification differs from a real technical system) and in the knowledge of the class of input disturbances. In the work, a positional electric drive with a DC drive motor and a controlled transistor converter for powering the motor armature circuit was adopted as a control object. In the mathematical description of the object, the magnetic flux of the motor is assumed to be constant, the influence of the armature reaction and eddy currents is not taken into account (the motor is compensated). The authors proposed a block diagram of the power part of the control object, on which the direct current motor is presented in the form of aperiodic and integrating links connected in series, covered by a rigid negative feedback in the direction of the counter-EMF machine. The algorithm of the H_2 -optimal controller is considered. To solve the H_2 -optimization problem, two Hamilton matrices were introduced, corresponding to the algebraic Riccati equation for control and filtration. When synthesizing a robust H_2 -optimal position controller, the Robust Control Toolbox → Controller Synthesis package of the Matlab system was used, which made it possible to calculate the central controller that minimizes the H_2 -norm of the closed-loop system according to the presented algorithms. The obtained H_2 -optimal controller is a fourth-order controller. Using the «2 - Riccati approach» it was shown that under certain conditions the H_2 -theory of control (LQG-theory) is the limiting case of the H_∞ -theory. The synthesized H_2 -optimal controller provides the necessary accuracy of working out the specified displacements and the degree of sensitivity to parametric and coordinate disturbances that acting on the object.

Key words: regulator, electric drive, control system, optimization, disturbance, robust control.

Руднів Є.С. к.т.н., доцент, завідувач кафедри електричної інженерії Східноукраїнського національного університету ім. В. Даля, rudnev_es@snu.edu.ua

Романченко Ю.А. к.т.н., доцент кафедри електричної інженерії Східноукраїнського національного університету ім. В. Даля, romanchenko_ja@snu.edu.ua

Брошко Р.М. к.т.н., доцент кафедри електричної інженерії Східноукраїнського національного університету ім. В. Даля, brozhko@snu.edu.ua