

ISSN 1998-7927(print) ISSN 2664-6498 (online)

DOI: <https://doi.org/10.33216/1998-7927-2026-300-2-28-32>

УДК 629.3.017

## МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ РЕГУЛЮВАННЯ ТИСКУ В ШИНАХ КОЛІСНИХ МАШИН ПОДВІЙНОГО ПРИЗНАЧЕННЯ ПРИ ВИКОНАННІ ВИЗНАЧЕНИХ ЗАВДАНЬ

Ребров О.Ю., Петренко О.Г.

## MATHEMATICAL MODEL OF TIRE PRESSURE CONTROL FOR DUAL-PURPOSE WHEELED VEHICLES UNDER SPECIFIC OPERATING CONDITIONS

Rebrov O.Yu., Petrenko O.H.

У статті розглянуто підходи до моделювання контактної взаємодії «шина–грунт» та принципи функціонування систем автоматичного регулювання тиску в шинах (Central Tire Inflation System, CTIS) для колісних машин подвійного призначення. Показано, що в більшості відомих реалізацій CTIS алгоритми керування орієнтовані переважно на експлуатаційні показники транспортного засобу, зокрема прохідність, тягово-зчіпні властивості та керованість, тоді як параметри контактної взаємодії колеса з ґрунтовою основою використовуються обмежено або не враховуються безпосередньо у формуванні керуючих дій.

Проаналізовано особливості моделей *terramechanics*, у яких внутрішній тиск у шині зазвичай розглядається як фіксований параметр, що ускладнює їх інтеграцію у структуру систем автоматичного регулювання. Запропоновано концептуальний підхід до інтеграції аналітичної оцінки контактної взаємодії в алгоритми керування CTIS. У межах запропонованого підходу площа контакту шини з опорною поверхнею розглядається як функція внутрішнього тиску в шині та вертикального навантаження на колесо, що дає можливість оцінювати максимальний контактний тиск у ґрунті.

На основі отриманої оцінки введено обмеження за допустимим рівнем контактного тиску, яке може використовуватися як критерій формування керуючого впливу у системі регулювання. Окреслено функціональну структуру системи, що включає підсистему вимірювання параметрів стану, обчислювальний блок визначення контактних

характеристик та виконавчий контур регулювання внутрішнього тиску в шинах.

Розглянуто обмеження запропонованого підходу, пов'язані з неоднорідністю ґрунтового середовища, накопичувальними ефектами ущільнення при багаторазовому проходженні техніки та динамічними коливаннями навантаження під час руху. Запропонований підхід забезпечує можливість адаптації керуючих дій залежно від зміни умов експлуатації, зокрема варіацій навантаження та характеристик ґрунтової основи, а також врахування їх впливу на контактну взаємодію. Отримані результати можуть бути використані для подальшого розвитку алгоритмів автоматичного регулювання тиску в шинах з урахуванням агроекологічних обмежень, а також для підвищення ефективності експлуатації колісних машин в залежності від змінних умов роботи та різних типах ґрунтових основ.

**Ключові слова:** пневматична шина; контактна взаємодія; *terramechanics*; CTIS; регулювання тиску; площа контакту; допустимий контактний тиск.

**Вступ.** Пневматична шина є основним елементом передачі навантаження від колісної машини на опорну поверхню. Для тракторів і транспортних засобів подвійного призначення експлуатація часто відбувається на ґрунтових основах, фізико-механічні властивості яких залежать від вологості, структури та попереднього навантаження. За таких умов у зоні контакту формується нерівномірний

розподіл напружень, що може призводити до локального перевищення допустимого питомого тиску та ущільнення ґрунту [1].

Внутрішній тиск у пневматичній шині є одним із визначальних параметрів контактної взаємодії. За сталого вертикального навантаження його зменшення супроводжується збільшенням площі контакту та зниженням максимальних контактних напружень. Одночасно зміна тиску впливає на тягово-зчіпні властивості, опір коченню та динамічні характеристики машини [2]. Це зумовлює необхідність регулювання тиску з урахуванням експлуатаційних умов.

Традиційно зміна внутрішнього тиску здійснювалася оператором перед початком роботи або після зміни умов руху. Розвиток систем автоматичного регулювання тиску в шинах (СТІС) забезпечив можливість адаптації тиску безпосередньо під час експлуатації. Такі системи широко застосовуються у військовій та спеціальній техніці, а також у сільськогосподарських машинах.

Моделювання взаємодії «шина–ґрунт» розвивається в межах двох основних напрямів. Перший охоплює моделі пневматичних шин, які описують жорсткісні та деформаційні характеристики залежно від навантаження і внутрішнього тиску. Другий представлений підходами *terramechanics*, у яких ґрунт розглядається як пружно-пластичне середовище, що деформується під дією контактних навантажень [3–5].

Більшість моделей шини розроблено для взаємодії з твердими покриттями, тоді як класичні моделі *terramechanics* використовують внутрішній тиск як заданий параметр. У системах СТІС алгоритми регулювання переважно орієнтовані на підвищення прохідності або покращення динамічних характеристик транспортного засобу [9, 10]. Інтеграція аналітичних моделей контактної взаємодії «шина–ґрунт» безпосередньо в контур керування реалізується обмежено.

#### **Аналіз останніх досліджень і публікацій.**

Для аналізу взаємодії колісних рушіїв із деформівними поверхнями застосовуються підходи *terramechanics*, у межах яких ґрунт розглядається як пружно-пластичне середовище. У таких моделях встановлюється залежність між контактним тиском, осіданням ґрунту та геометрією зони контакту [3, 4].

Подальші дослідження уточнюють розподіл напружень у зоні контакту та оцінювання площі взаємодії з урахуванням

характеристик навантаження і параметрів ґрунту [5]. Експериментальні роботи підтверджують істотний вплив внутрішнього тиску та вертикального навантаження на площу контакту і максимальні контактні напруження [6, 7].

У більшості моделей *terramechanics* внутрішній тиск у шині задається як фіксований параметр. Це ускладнює їх безпосередню інтеграцію в структуру систем автоматичного регулювання тиску.

Системи автоматичного регулювання тиску в шинах (СТІС) забезпечують зміну внутрішнього тиску залежно від умов експлуатації транспортного засобу. Первинно такі системи отримали поширення у військовій та спеціальній техніці, де їх основною функцією було підвищення прохідності при русі по слабонесучих поверхнях.

У сільськогосподарській техніці СТІС застосовуються для оптимізації тягово-зчіпних характеристик, зниження пробуксовування та покращення паливної ефективності [9]. Дослідження підтверджують позитивний вплив регулювання тиску на експлуатаційні показники тракторів і машинно-тракторних агрегатів.

У сфері дорожнього транспорту розвиток СТІС спрямований на покращення динамічної стійкості та керованості транспортних засобів [10]. Інтелектуальні алгоритми регулювання враховують швидкість руху, маневрові режими та характеристики покриття.

Незважаючи на різноманітність реалізацій, алгоритми регулювання в більшості випадків орієнтовані на забезпечення прохідності або динамічної ефективності. Параметри контактної взаємодії «шина–ґрунт» при цьому не використовуються як безпосередній критерій формування керуючої дії.

Існуючі системи СТІС реалізують адаптацію внутрішнього тиску переважно на основі експлуатаційних показників транспортного засобу, тоді як інтеграція аналітичних моделей контактної взаємодії залишається обмеженою.

**Мета роботи.** Метою роботи є систематизація підходів до моделювання контактної взаємодії та аналіз можливостей їх інтеграції в структуру систем автоматичного регулювання тиску в шинах з урахуванням обмежень за допустимим контактним тиском на ґрунт.

**Виклад основного матеріалу.** Контактна взаємодія пневматичної шини з ґрунтом характеризується вертикальним навантаженням

на колесо  $F_z$ , внутрішнім тиском у шині  $p$  та геометрією плями контакту (рис. 1).

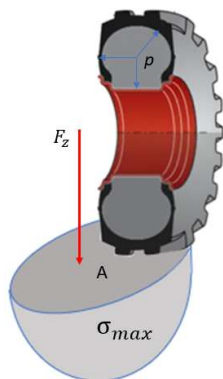


Рис. 1. Схема контактної взаємодії пневматичної шини з ґрунтом

Площа контакту позначається як  $A$  і розглядається як функція:

$$A = A(p, F_z) \quad (1)$$

Максимальний контактний тиск у ґрунті може бути оцінений як:

$$\sigma_{max} = k \frac{F_z}{A} \quad (2)$$

де  $k$  — коефіцієнт нерівномірності розподілу напружень у зоні контакту.

Допустиме значення контактного тиску позначається як  $q_{доп}$  і визначається нормативними або агроекологічними обмеженнями [11]. Умова забезпечення допустимого рівня навантаження може бути подана у вигляді:

$$\sigma_{max} \leq q_{доп} \quad (3)$$

Інтеграція моделі контактної взаємодії в систему автоматичного регулювання тиску базується на використанні розрахункової оцінки максимального контактного тиску як критерію формування керуючої дії (рис. 2). У такій структурі внутрішній тиск коригується з урахуванням поточного вертикального навантаження та обмеження за допустимим рівнем контактного тиску.

Функціонально система включає підсистему вимірювання, обчислювальний блок та виконавчий контур регулювання. На основі виміряних або оцінених значень тиску в шині та вертикального навантаження здійснюється розрахунок площі контакту та відповідного

рівня максимального напруження у ґрунті. Отримане значення порівнюється з допустимим, після чого формується коригуючий вплив.

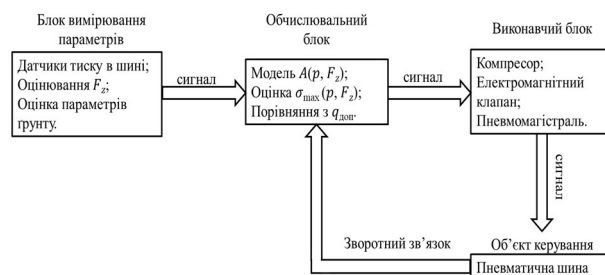


Рис. 2. Структурна схема системи автоматичного регулювання тиску в шинах з інтеграцією моделі контактної взаємодії

Алгоритм функціонує циклічно з періодичним оновленням параметрів стану. Такий підхід дозволяє враховувати змінність навантаження, характерну для тракторів і машинно-тракторних агрегатів при роботі з навісним обладнанням або при переході між польовими та транспортними режимами.

Запропонована узагальнена модель контактної взаємодії ґрунтується на аналітичному описі залежності площі контакту від внутрішнього тиску та вертикального навантаження. Водночас реальна поведінка ґрунтової основи характеризується нелінійністю, просторовою неоднорідністю та залежністю від вологості й попередніх циклів навантаження.

Модель не враховує кумулятивні ефекти ущільнення при багаторазовому проходженні техніки, а також локальні зміни фізико-механічних властивостей ґрунту. Крім того, не розглядаються динамічні коливання навантаження, пов'язані з рухом по нерівній поверхні.

Подальші дослідження можуть бути спрямовані на уточнення параметрів моделі для різних типів ґрунтів та інтеграцію методів оперативної оцінки їх стану в алгоритми регулювання.

## Висновки.

1. У статті систематизовано підходи до моделювання взаємодії «шина–ґрунт» та аналізу систем автоматичного регулювання тиску в шинах. Встановлено, що більшість реалізацій СТІС орієнтовані на експлуатаційні характеристики транспортного засобу і не використовують параметри контактної взаємодії як безпосередній критерій керування.

2. Запропоновано концептуальну структуру інтеграції аналітичної моделі контактної взаємодії у контур регулювання тиску з урахуванням обмеження за допустимим контактним тиском. Окреслено обмеження підходу та напрями його подальшого розвитку.

### Література

1. Ребров О.Ю., Петренко О.Г. Аналіз методів визначення раціональних типорозмірів шин для підвищення технічного рівня транспортних засобів подвійного призначення за рахунок зниження питомого тиску на ґрунт. *Вісник НТУ «ХП»*. Серія: *Автомобіле- та тракторобудування* № 2, 2025, с. 160 – 166. DOI: 10.20998/2078-6840.2025.2.16.
2. Battiato A., Diserens E. Influence of tyre inflation pressure and wheel load on the traction performance of a 65 kW MFWD tractor on a cohesive soil. *Journal of Agricultural Science*, 2013, Vol. 5 (8), pp. 197–215. DOI: 10.5539/jas.v5n8p197.
3. Bekker, M.G. *Introduction to Terrain-Vehicle Systems*. University of Michigan Press, 1969.
4. Wong J.Y. *Theory of Ground Vehicles*. 4th ed. Hoboken, NJ: Wiley, 2008, 528 p.
5. Schjønning P., Stettler M., Keller T., Lassen P., Lamandé M. Predicted tyre–soil interface area and vertical stress distribution based on loading characteristics. *Soil & Tillage Research*, 2015, Vol. 152, pp. 52–66. DOI: 10.1016/j.still.2015.03.002.
6. Alkhalifa N. et al. Effects of vertical load and inflation pressure on tire-soil interaction on artificial soil. *Journal of Terramechanics*, Volume 112, April 2024, Pages 19–34. DOI: 10.1016/j.jterra.2023.11.002.
7. Horn R., Fleige H. A method for assessing the impact of load on mechanical stability and on physical properties of soils. *Soil & Tillage Research*, 2003, Vol. 73, Issues 1–2, pp. 89–99. DOI: 10.1016/S0167-1987(03)00102-8.
8. OECD. *Tractor Test Code 2: Agricultural and Forestry Tractors*. OECD Publishing, Paris, 2018.
9. Kayisoglu B. et al. Developing an automatic tire pressure control system to improve the tractive efficiency of tractors. *Journal of Agricultural Machinery Science*, 2014, Vol. 10, № 3, pp. 253–259.
10. D'Ambrosio, S.; De Mattei, E.; Vitolo, R.; Amati, N. Automatic adjustment of tire inflation pressure through an intelligent CTIS: Effects on the vehicle lateral dynamic behavior. *Journal of automobile engineering*. - ISSN 0954-4070, Volume 235, Issue 14, 2021, pp. 3487–3508. DOI: 10.1177/09544070211014292.
11. Ребров О. Ю. Наукове обґрунтування підвищення ефективності колісних рушіїв сільськогосподарських тракторів на енергоємних технологічних операціях

обробітку ґрунту [Електронний ресурс] : дис. ... д-ра техн. наук : спец. 05.22.02 : галузь знань 13 / Олексій Юрійович Ребров ; наук. консультант Кальченко Б. І. ; Нац. техн. ун-т "Харків. політехн. ін-т". – Харків, 2021. – 423 с.

### References

1. Rebrov O.Yu., Petrenko O.H. Analysis of methods for determining optimal tire sizes to improve the technical level of dual-purpose vehicles by reducing specific ground pressure. *Bulletin of NTU “KhPI”*. Series: *Automobile and Tractor Engineering*, 2025, No. 2, pp. 160–166. DOI: 10.20998/2078-6840.2025.2.16.
2. Battiato A., Diserens E. Influence of tyre inflation pressure and wheel load on the traction performance of a 65 kW MFWD tractor on a cohesive soil. *Journal of Agricultural Science*, 2013, Vol. 5 (8), pp. 197–215. DOI: 10.5539/jas.v5n8p197.
3. Bekker M.G. *Introduction to Terrain-Vehicle Systems*. University of Michigan Press, 1969.
4. Wong J.Y. *Theory of Ground Vehicles*. 4th ed. Hoboken, NJ: Wiley, 2008.
5. Schjønning P., Stettler M., Keller T., Lassen P., Lamandé M. Predicted tyre–soil interface area and vertical stress distribution based on loading characteristics. *Soil & Tillage Research*, 2015, Vol. 152, pp. 52–66. DOI: 10.1016/j.still.2015.03.002.
6. Alkhalifa N. et al. Effects of vertical load and inflation pressure on tire–soil interaction on artificial soil. *Journal of Terramechanics*, 2024, Vol. 112, pp. 19–34. DOI: 10.1016/j.jterra.2023.11.002.
7. Horn R., Fleige H. A method for assessing the impact of load on mechanical stability and on physical properties of soils. *Soil & Tillage Research*, 2003, Vol. 73 (1–2), pp. 89–99. DOI: 10.1016/S0167-1987(03)00102-8.
8. OECD. *Tractor Test Code 2: Agricultural and Forestry Tractors*. OECD Publishing, Paris, 2018.
9. Kayisoglu B. et al. Developing an automatic tire pressure control system to improve the tractive efficiency of tractors. *Journal of Agricultural Machinery Science*, 2014, Vol. 10 (3), pp. 253–259.
10. D'Ambrosio S., De Mattei E., Vitolo R., Amati N. Automatic adjustment of tire inflation pressure through an intelligent CTIS: Effects on vehicle lateral dynamic behavior. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering*, 2021, Vol. 235 (14), pp. 3487–3508. DOI: 10.1177/09544070211014292.
11. Rebrov O.Yu. Scientific substantiation of improving the efficiency of wheeled agricultural tractors during energy-intensive tillage operations. Doctoral dissertation, National Technical University “Kharkiv Polytechnic Institute”, Kharkiv, 2021.

**Rebrov O. Yu., Petrenko O. H. Mathematical model of tire pressure control for dual-purpose wheeled vehicles under specific operating conditions**

The paper analyzes approaches to modeling tire–soil interaction and the operating principles of Central Tire Inflation Systems (CTIS) used in dual-purpose wheeled vehicles. It is shown that in most existing CTIS implementations the control algorithms are primarily focused on vehicle performance indicators such as mobility, traction efficiency, and handling stability, while parameters of tire–soil interaction are rarely used directly as control criteria.

In classical terramechanics models, tire inflation pressure is typically treated as a fixed parameter, which limits the possibility of their direct integration into pressure control systems. To address this limitation, a conceptual approach for integrating an analytical assessment of contact interaction into the CTIS control structure is proposed. Within the proposed framework, the tire–soil contact area is considered as a function of inflation pressure and vertical wheel load, enabling the estimation of the maximum contact pressure acting on the soil.

Based on this estimation, a constraint related to the permissible contact pressure is introduced, which may serve as a control criterion for pressure regulation. The functional structure of the proposed system includes a measurement subsystem, a computational unit for evaluating contact parameters, and a control loop responsible for adjusting the tire inflation pressure. The proposed approach allows adapting control actions depending on variations in operating conditions, including changes in load and soil characteristics.

The limitations of the proposed approach associated with soil heterogeneity, cumulative soil

compaction effects, and dynamic load variations during vehicle motion are also discussed. Particular attention is paid to the applicability of the model under real operating conditions, where the parameters of the supporting surface may change significantly over time. The obtained results may be used for further development of CTIS control algorithms that take into account agro-environmental constraints and variable operating conditions, as well as for improving the efficiency and adaptability of wheeled vehicles in field and transport applications.

**Keywords:** pneumatic tire; tire–soil interaction; terramechanics; central tire inflation system; contact area; permissible contact pressure.

**Ребров Олександр Юрійович** – доктор технічних наук, доцент, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», завідувач кафедри автомобіле- та тракторобудування, м. Харків, Україна;

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1312-9992>;

e-mail: [alexrebrov0108@gmail.com](mailto:alexrebrov0108@gmail.com)

**Петренко Олександр Геннадійович** – аспірант кафедри автомобіле- та тракторобудування, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», м. Харків, Україна;

ORCID: <https://orcid.org/0009-0003-4479-8608>;

e-mail: [aleksej.petrenko88@gmail.com](mailto:aleksej.petrenko88@gmail.com)

Дата першого надходження статті 14.01.2026.

Дата прийняття статті до друку після рецензування 25.02.2026.

Дата публікації 17.04.2026.



Стаття з відкритим доступом,  
відповідно до умов ліцензії  
[Creative Commons \(CC BY 4.0\)](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)