

DOI: <https://doi.org/10.33216/1998-7927-2022-272-2-67-73>

УДК 532.5

РОЗРАХУНОК ДОТИЧНОЇ НАПРУГИ ПРИ НЕСТАЦІОНАРНОМУ РІДИННОМУ ТЕРТІ

Соколов В.І., Батурін Є.О., Чернікова О.М.

CALCULATION OF SHEARING STRESS FOR NONSTATIONARY FLUID FRICTION

Sokolov V.I., Baturin Y.O., Chernikova E.M.

Важливим параметром у розрахунках гідромеханічних процесів є сила в'язкого рідинного тертя, яка характеризується дотичною напругою, що виникає в робочому середовищі, яке стикається з поверхнею рухомого елемента виконавчого, регулюючого, розподільного або допоміжного гідравлічного пристрою. За наявності зазору між поверхнями елементів дотичні напруги виникають при відносному русі цих поверхонь і руху середовища під впливом перепаду тиску. Традиційні підходи до побудови математичних моделей нестационарних гідромеханічних процесів здебільшого засновані на тому, що реальні потоки замінюються послідовністю змінних в часі потоків з квазістационарним розподілом гідродинамічних величин по живому перетину. Це дозволяє вводити до розрахунку коефіцієнти та характеристики, які отримані для стаціонарних потоків. Насправді структура нестационарної течії відрізняється від квазістационарної, причому не завжди відомо, як і за яких умов така відмінність може вплинути на зміну гідродинамічних характеристик. Тому розглянуто нестационарний плоский ламінарний рух нестисливої рідини у зазорі між рухомим та нерухомим елементами в декартовій системі координат. Рішення рівняння руху в частинних похідних виконано із застосуванням перетворення Лапласа. В операторній формі отримана залежність для дотичної напруги при нестационарному рідинному терті. Визначено передавальні функції для дотичної напруги по швидкості рухомого елемента та градієнту тиску. На основі аналізу амплітудно-частотних характеристик встановлені границі квазістационарного підходу для розрахунку сил нестационарного в'язкого тертя на рухомих елементах гідравлічних пристроїв. Отримано апроксимаційні передавальні функції для нестационарної дотичної напруги, що дозволяють встановити зв'язок між оригіналами у вигляді звичайних лінійних диференціальних рівнянь. Запропоновано залежність для дотичної напруги при нестационарному рідинному терті, яка враховує прискорення рухомої поверхні, що дозволяє підвищити точність розрахунку динамічних характеристик гідравлічних систем.

Ключові слова: рідинне тертя, дотична напруга, рівняння руху, перетворення Лапласа, передавальна функція.

Вступ. Найбільш важким та відповідальним етапом у розрахунках та розробці нових елементів та пристроїв, машин і механізмів, приводів та систем управління є побудова математичних моделей нестационарних робочих процесів, що протікають в них [1-5]. Дуже важливо не допустити надмірного невіправданого ускладнення математичних моделей, оскільки вони можуть виявитися непридатними у практичному використанні. Разом з тим, нехтування явищами, які істотно впливають на робочі процеси, може зробити модель занадто грубою, що не забезпечує необхідної точності, а також не відображає основних особливостей процесів, що протікають.

Постановка проблеми. Нестационарні гідромеханічні процеси відносяться до складних фізичних явищ, при яких виникають неусталені течії рідини зі зміною швидкостей і тисків не тільки в часі, але і в просторі, що зайнятий потоком [6-10]. Безпосередній опис таких процесів призводить до систем нелінійних диференціальних рівнянь у частинних похідних, причому крайові умови, які необхідні для вирішення цих рівнянь, часто є диференціальними рівняннями, що описують динамічні процеси в тих пристроях, з якими взаємодіють потоки рідини. Використання таких складних моделей вимагає виконання трудомістких розрахунків, які можуть і не дати доступних для огляду результатів.

Важливим параметром у розрахунках гідромеханічних процесів є сила в'язкого рідинного тертя, яка характеризується дотичною напругою, що виникає в робочому середовищі, яке стикається з поверхнею рухомого елемента виконавчого, регулюючого, розподільного або допоміжного гідравлічного пристрою [11-15]. За наявності зазору між поверхнями елементів дотичні напруги виникають при відносному русі цих поверхонь і руху середовища під впливом перепаду тиску.

Аналіз останніх досліджень та публікацій.

Традиційні підходи [16-20] до побудови математичних моделей нестационарних гідромеханічних процесів здебільшого засновані на тому, що реальні потоки замінюються послідовністю змінних в часі потоків з квазістационарним розподілом гідродинамічних величин по живому перетину. Це дозволяє вводити до розрахунку коефіцієнти та характеристики, отримані для стационарних потоків. Насправді структура нестационарної течії відрізняється від квазістационарної [21-25], причому не завжди відомо, як і за яких умов така відмінність може вплинути на зміну гідродинамічних характеристик.

У реальних пристроях величина зазору мала так, що течія між паралельними стінками розглядається як ламінарна та плоска (рис. 1), а розподіл швидкості (рис. 2) має вигляд [1, 11, 21, 22]

$$\frac{u}{u_0} = \frac{\delta^2}{2\rho\nu} \frac{dp}{dx} \frac{y}{\delta} \left(1 - \frac{y}{\delta}\right) + \frac{y}{\delta}, \quad (1)$$

де x, y – координати; u – швидкість руху рідини у зазорі; u_0 – швидкість руху рухомого елемента (або відносна швидкість руху поверхонь); δ – розмір зазору; dp/dx – градієнт тиску; ρ, ν – щільність та кінематична в'язкість середовища.

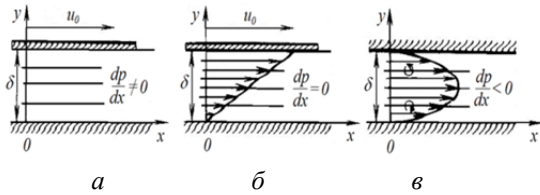


Рис. 1. Ламінарна течія між паралельними площинами: а – схема течії; б – розподіл швидкостей за відсутності градієнта тиску (течія Куєтта); в – розподіл швидкостей при нерухомих граничних площинах (течія у плоскому каналі)

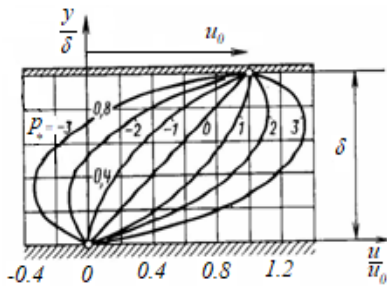


Рис. 2. Безрозмірні профілі швидкості для загального випадку течії рідини між паралельними стінками

$$\left(P_* = -\frac{\delta^2}{2\rho\nu u_0} \frac{dp}{dx} \right)$$

Розрахунок дотичної напруги τ виконується на підставі розподілу швидкості (1) згідно із законом в'язкого тертя Ньютона [11, 22]

$$\tau = \rho\nu \frac{du}{dy}. \quad (2)$$

Метою статті є отримання залежностей для розрахунку дотичної напруги при нестационарному рідинному терті з урахуванням інерційності зміни структури потоку в зазорі, а також оцінка границь квазістационарного підходу для розрахунку сил нестационарного в'язкого тертя на рухомих елементах гідравлічних пристроїв.

Матеріали та результати дослідження. Нехай швидкість руху рухомого елемента (або відносна швидкість руху поверхонь) є нестационарною

$$u_0 = V(t). \quad (3)$$

Тоді, при квазістационарному підході, дотична напруга на рухомій поверхні (квазістационарна дотична напруга) з урахуванням (1)

$$\tau_{qs}^0 = \rho\nu \frac{du}{dy} = -\frac{\delta}{2} \frac{dp}{dx} + \frac{\rho\nu}{\delta} V(t), \quad (4)$$

яке без урахування градієнта тиску визначається добре відомою залежністю [1, 10, 22]

$$\tau_{qs}^0 = \frac{\rho\nu}{\delta} V(t). \quad (5)$$

Перетворюємо (4) по Лапласу [10, 16] і встановлюємо передавальні функції для квазістационарної дотичної напруги за швидкістю рухомого елемента та градієнтом тиску

$$W_{\tau V, qs}(s) = \frac{\tau_{qs}^0(s)}{V(s)} = k_{\tau V}, \quad (6)$$

$$W_{\tau p, qs}(s) = \frac{\tau_{qs}^0(s)}{\frac{dp}{dx}(s)} = k_{\tau p}, \quad (7)$$

де s – змінна Лапласа; коефіцієнти передач $k_{\tau V} = \rho\nu/\delta$, $k_{\tau p} = \delta/2$.

З метою отримання передавальних функцій для дотичного напруги, що враховують вплив інерційності структури потоку, розглянемо нестационарний ламінарний рух нестисливої рідини в зазорі між нерухомих і рухомих елементами в декартовій системі координат (рис.1). Допускаючи течії плоским, рівняння руху рідини представимо у відомому вигляді [1,11]

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}. \quad (8)$$

Для швидкості рідини u , що є функцією часу t та координати y , визначимо граничні умови:

$$\begin{cases} u = 0, & y = 0; \\ u = V(t), & y = \delta. \end{cases} \quad (9)$$

Для спрощення математичних викладок зробимо заміну змінних

$$z = y - \delta, \quad (10)$$

а також врахуємо, що для розглянутої аналізованої течії

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{dp}{dx}. \quad (11)$$

З урахуванням (10, 11) замість (8, 9) маємо:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}, \quad (12)$$

$$\begin{cases} u = 0, & z = -\delta; \\ u = V(t), & z = 0. \end{cases} \quad (13)$$

Застосовуючи одномірне перетворення Лапласа при нульових початкових умовах, отримаємо замість рівняння (12) у частинних похідних рівняння у звичайних похідних

$$\frac{d^2 u(s)}{dz^2} - \frac{s}{\nu} u(s) = \frac{p(s)}{\rho s}, \quad (14)$$

де $u(s)$, $p(s)$ – зображення по Лапласу швидкості u та градієнта тиску dp/dx .

Рішення рівняння (14) має вигляд

$$u(s) = A_1 \exp\left(z\sqrt{\frac{s}{\nu}}\right) + A_2 \exp\left(-z\sqrt{\frac{s}{\nu}}\right) - \frac{p(s)}{\rho s}, \quad (15)$$

де A_1, A_2 – постійні інтегрування.

Відносно напруження на поверхні рухомого елемента знаходимо згідно із законом в'язкого тертя Ньютона

$$\tau^0(s) = \rho \nu \left. \left(\frac{\partial u(s)}{\partial y} \right) \right|_{y=\delta} = \rho \nu \left. \left(\frac{\partial u(s)}{\partial z} \right) \right|_{z=0}. \quad (16)$$

Підставляючи (15) в (16), маємо

$$\tau^0(s) = \rho \nu \sqrt{\frac{s}{\nu}} (A_1 - A_2). \quad (17)$$

Значення $A_1 - A_2$ визначаємо, використовуючи граничні умови (13) та отримане рішення (15):

$$0 = A_1 \exp\left(-\sqrt{\frac{\delta^2 s}{\nu}}\right) + A_2 \exp\left(\sqrt{\frac{\delta^2 s}{\nu}}\right) - \frac{p(S)}{\rho S}; \quad (18)$$

$$V(S) = A_1 + A_2 - \frac{p(S)}{\rho S}. \quad (19)$$

Помножимо (19) на $\exp\left(-\sqrt{\frac{\delta^2 s}{\nu}}\right)$ і віднімемо

(18), тоді маємо

$$V(s) \exp\left(-\sqrt{\frac{\delta^2 s}{\nu}}\right) = - \quad (20)$$

$$-2A_2 sh\left(\sqrt{\frac{\delta^2 s}{\nu}}\right) + \frac{p(s)}{\rho s} \left(1 - \exp\left(-\sqrt{\frac{\delta^2 s}{\nu}}\right)\right).$$

Віднімання (18) з (19), помноженого на $\exp\left(\sqrt{\frac{\delta^2 s}{\nu}}\right)$, дає

$$V(s) \exp\left(\sqrt{\frac{\delta^2 s}{\nu}}\right) = - \quad (21)$$

$$-2A_1 sh\left(\sqrt{\frac{\delta^2 s}{\nu}}\right) + \frac{p(s)}{\rho s} \left(1 - \exp\left(\sqrt{\frac{\delta^2 s}{\nu}}\right)\right).$$

Підсумовуємо (20) та (21)

$$2V(s) ch\left(\sqrt{\frac{\delta^2 s}{\nu}}\right) = \quad (22)$$

$$= 2(A_1 - A_2) sh\left(\sqrt{\frac{\delta^2 s}{\nu}}\right) + \frac{2p(s)}{\rho s} \left(1 - ch\left(\sqrt{\frac{\delta^2 s}{\nu}}\right)\right),$$

звідки отримуємо

$$A_1 - A_2 = \frac{p(S)}{\rho s} \frac{ch\left(\sqrt{\frac{\delta^2 s}{\nu}}\right) - 1}{sh\left(\sqrt{\frac{\delta^2 s}{\nu}}\right)} + V(s) cth\left(\sqrt{\frac{\delta^2 s}{\nu}}\right). \quad (23)$$

Підставляємо (23) у (17)

$$\begin{aligned} \tau^0(s) = & -p(s) \sqrt{\frac{\nu}{s}} \frac{ch\left(\sqrt{\frac{\delta^2 s}{\nu}}\right) - 1}{sh\left(\sqrt{\frac{\delta^2 s}{\nu}}\right)} + \\ & + \rho \nu \sqrt{\frac{s}{\nu}} V(s) cth\left(\sqrt{\frac{\delta^2 s}{\nu}}\right), \end{aligned} \quad (24)$$

після чого перетворюємо на вигляд

$$\tau^0(s) = -\frac{\delta}{2} p(s) \frac{2}{\sqrt{\frac{\delta^2 s}{\nu}}} \frac{ch\left(\sqrt{\frac{\delta^2 s}{\nu}}\right) - 1}{sh\left(\sqrt{\frac{\delta^2 s}{\nu}}\right)} + \dots \quad (25)$$

$$+ \frac{\rho\nu}{\delta} V(s) \left[\sqrt{\frac{\delta^2 s}{\nu}} cth\left(\sqrt{\frac{\delta^2 s}{\nu}}\right) \right].$$

Даний вираз є нестационарною дотичною напругою на поверхні рухомого елемента в операторній формі. Неважко переконатися, що при сталій течії (25) перетворюється на (4), оскільки:

$$\lim_{s \rightarrow 0} \left[\frac{2}{\sqrt{\frac{\delta^2 s}{\nu}}} \frac{ch\sqrt{\frac{\delta^2 s}{\nu}} - 1}{sh\sqrt{\frac{\delta^2 s}{\nu}}} \right] = 1, \quad (26)$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} \left[\sqrt{\frac{\delta^2 s}{\nu}} cth\sqrt{\frac{\delta^2 s}{\nu}} \right] = 1. \quad (27)$$

Відповідно до рівняння (25), отримуємо передавальну функцію для нестационарної дотичної напруги за швидкістю рухомого елемента

$$W_{\tau V}(s) = \frac{\tau^0(s)}{V(s)} = k_{\tau V} \sqrt{T s} cth\sqrt{T s}, \quad (28)$$

де $k_{\tau V}$ – коефіцієнт передачі, введений згідно з виразом (6); $T = \delta^2/\nu$ – постійна часу.

Розглянемо безрозмірну передатну функцію

$$\bar{W}_{\tau V}(\bar{s}) = \frac{W_{\tau V}(\bar{s})}{W_{\tau V, KC}(\bar{s})} = \sqrt{\bar{s}} cth\sqrt{\bar{s}}, \quad (29)$$

де $\bar{s} = sT$ – безрозмірна змінна Лапласа. За функцією (29) визначимо амплітудно-частотну характеристику

$$\bar{A}_{\tau V}(\bar{\omega}) = \text{mod} \left[\bar{W}_{\tau V}(j\bar{\omega}) \right], \quad (30)$$

де $j = \sqrt{-1}$; $\bar{\omega} = \omega T$ – безрозмірна частота.

Наведений на рис. 3 графік $\bar{A}_{\tau V}(\bar{\omega})$ показує, що при $\bar{\omega} < 0.81$ врахування нестационарності руху призводить до збільшення амплітуди коливань дотичної напруги трохи більше, ніж 5%. Тому, в цьому діапазоні для розрахунку частотних характеристик можна використовувати квазістационарну передавальну функцію (6). Таким чином, дане значення частоти можна розглядати як границю квазістационарного підходу для розрахунку сил в'язкого тертя при коливаннях рухомого елемента.

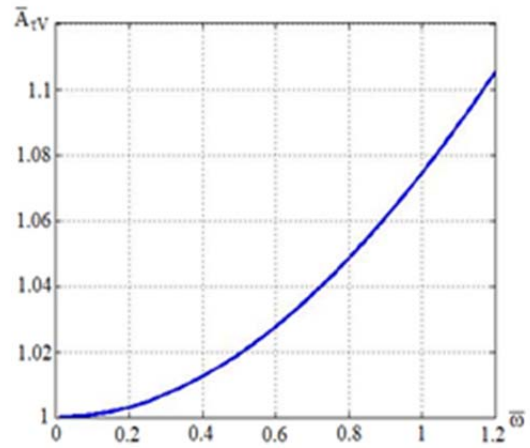


Рис. 3. Безрозмірна амплітудно-частотна характеристика дотичної напруги (при коливаннях швидкості рухомої поверхні)

Також, за виразом (25) встановимо передатну функцію для нестационарної дотичної напруги за градієнтом тиску

$$W_p(s) = \frac{\tau^0(s)}{p(s)} = k_p \frac{2}{\sqrt{T s}} \frac{ch\sqrt{T s} - 1}{sh\sqrt{T s}}, \quad (31)$$

де k_p – коефіцієнт передачі, введений згідно з виразом (7).

За безрозмірною передатною функцією

$$\bar{W}_p(\bar{s}) = \frac{W_p(\bar{s})}{W_{p, KC}(\bar{s})} = \frac{2}{\sqrt{\bar{s}}} \frac{ch\sqrt{\bar{s}} - 1}{sh\sqrt{\bar{s}}} \quad (32)$$

визначимо безрозмірну амплітудно-частотну характеристику

$$\bar{A}_p(\bar{\omega}) = \text{mod} \left[\bar{W}_p(j\bar{\omega}) \right]. \quad (33)$$

Наведений на рис. 4 графік $\bar{A}_p(\bar{\omega})$ показує, що при $\bar{\omega} < 3.34$ зменшення амплітуди коливань дотичної напруги не перевищує 5%. Тому, в цьому діапазоні для розрахунку частотних характеристик можна використовувати квазістационарну передавальну функцію (7). Таким чином, дане значення частоти можна розглядати як границю квазістационарного підходу для розрахунку сил в'язкого тертя при коливаннях тиску.

Отже, при врахуванні нестационарності структури потоку в зазорі для розрахунку дотичної напруги на рухомій поверхні маємо в загальному випадку наступне рівняння в операторній формі

$$\tau^0(s) = -W_p(s)p(s) + W_{\tau V}(s)V(s). \quad (34)$$

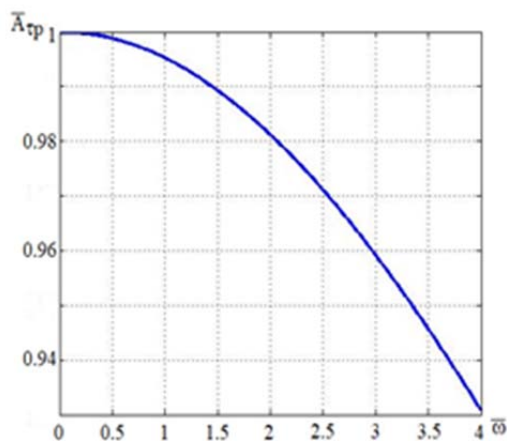


Рис. 4. Безрозмірна амплітудно-частотна характеристика дотичної напруги (при коливаннях градієнта тиску)

Слід зазначити, що наближення передавальних функцій (28, 31) дає їх апроксимація наступними функціями:

$$W_{\tau V}(s) \approx k_{\tau V} (1 + 0.387Ts); \quad (35)$$

$$W_{\tau p}(s) \approx \frac{k_{\tau p}}{0.098Ts + 1}; \quad (36)$$

за якими можна встановити зв'язок між оригіналами $\tau^0(t)$, $V(t)$, dp/dt у вигляді лінійних диференціальних рівнянь.

Відповідно до (35) маємо

$$\tau^0(s) = k_{\tau V}V(s) + 0.387k_{\tau V}TsV(s). \quad (37)$$

Враховуючи, що згідно (6) $k_{\tau V} = \rho v / \delta$, а згідно (28) $T = \delta^2 / \nu$, отримуємо наступне рівняння для дотичної напруги

$$\tau^0(s) = \frac{\rho v}{\delta}V(s) + 0.387\rho\delta sV(s). \quad (38)$$

Виконав зворотнє перетворення Лапласа, маємо

$$\tau^0 = \frac{\rho v}{\delta}V(t) + 0.387\rho\delta \frac{dV(t)}{dt}. \quad (39)$$

Порівняння (39) та (5) показує, що при нестационарному руху з'являється нестационарна добавка

$$\Delta \tau = 0.387\rho\delta \frac{dV(t)}{dt}. \quad (40)$$

Залежність для дотичної напруги (39) при нестационарному рідинному терті враховує прискорення рухомої поверхні (40), що дозволяє підвищи-

ти точність розрахунку динамічних характеристик гідравлічних систем.

Висновки. Таким чином, розглянуто нестационарний плоский ламінарний рух нестисливої рідини в зазорі між рухомим і нерухомим елементами в декартовій системі координат. Рішення рівняння руху на приватних похідних виконано із застосуванням перетворення Лапласа. В операторній формі отримана залежність для дотичної напруги при нестационарному рідинному терті. Визначено передавальні функції для дотичної напруги за швидкістю рухомого елемента та градієнта тиску.

На основі аналізу амплітудно-частотних характеристик встановлено границі квазістационарного підходу для розрахунку сил нестационарного в'язкого тертя на рухомих елементах гідравлічних пристроїв. Оцінка границь квазістационарного підходу до розрахунку сил нестационарного в'язкого тертя виконана за амплітудно-частотними характеристиками при коливаннях рухомого елемента та градієнта тиску. В якості границь квазістационарності прийняті частоти, при яких відбувається зміна амплітуди більш ніж на 5%.

Отримано апроксимаційні передавальні функції для нестационарної дотичної напруги, що дозволяють встановити зв'язок між оригіналами у вигляді звичайних лінійних диференціальних рівнянь. Запропоновано залежність для дотичної напруги при нестационарному рідинному терті, яка враховує прискорення рухомої поверхні, що дозволяє підвищити точність розрахунку динамічних характеристик гідравлічних систем.

Л і т е р а т у р а

1. Попов Д. Н. Механика гидро- и пневмоприводов: учеб. для вузов. Москва: МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2005. 320 с.
2. Петраков Ю.В. Автоматичне управління процесами обробки матеріалів різанням: навчальний посібник. Київ: УкрНДІАТ, 2003. 383 с.
3. Коваленко А. А., Соколов В.И., Уваров П.Е., Пазин В.В. Основы объемного гидравлического привода строительных и дорожных машин. Луганск: ДонГА-СА, 1999. 137 с.
4. Свешников В.К. Станочные гидроприводы: справочник. Москва: Машиностроение, 2008. 640 с.
5. Rydberg K.-E. Hydraulic Servo Systems: Dynamic Properties and Control. Linköping University Electronic Press, Linköping, 2016.
6. Sokolov, V., Porkuian, O., Krol, O., Baturin, Y.: Design Calculation of Electrohydraulic Servo Drive for Technological Equipment. In: Advances in Design, Simulation and Manufacturing III. DSMIE 2020. Lecture Notes in Mechanical Engineering, vol. 1, pp. 75-84. Springer, Cham (2020).
7. Sokolov, V., Porkuian, O., Krol, O., Stepanova, O.: Design Calculation of Automatic Rotary Motion Electrohydraulic Drive for Technological Equipment. In: Advances in Design, Simulation and Manufacturing IV. DSMIE 2021. Lecture Notes in Mechanical Engineering, vol. 1, pp. 133-142. Springer, Cham (2021).

8. Федорец В.А., Педченко М.Н., Пичко А.Ф., Пересадко Ю.В., Лысенко В.С. Гидроприводы и гидропневмоавтоматика станков. Киев: Вышш. школа, 1987. 375 с.
9. Навроцкий К.Л. Теория и проектирование гидро- и пневмоприводов. Москва: Машиностроение, 1991. 384 с.
10. Sokolov, V., Krol, O., Stepanova, O., Tsankov, P.: Dynamic characteristics of rotary motion electrohydraulic drive with volume regulation. *Comptes rendus de l'Academie bulgare des Sciences* 73(5), 691-702 (2020).
11. Коваленко А.А., Соколов В.И., Дымнич А.Х., Уваров П.Е. Основы технической механики жидкостей и газов: учебное пособие для вузов. Луганск: ВУГУ, 1998. 272 с.
12. Sokolov, V., Rasskazova, Y.: Automation of control processes of technological equipment with rotary hydraulic drive. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies* 2(2(80)), 44–50 (2016).
13. Sokolov, V., Krol, O., Romanchenko, O., Kharlamov, Y., Baturin, Y.: Mathematical model for dynamic characteristics of automatic electrohydraulic drive for technological equipment. *Journal of Physics: Conference Series* 1553 012013 (2020).
14. Sokolov V., Azarenko N., Sokolova Ya. Simulation of the power unit of the automatic electrohydraulic drive with volume regulation // *TEKA Commission of Motorization and Energetic in Agriculture*. Vol. 12. N 4. 2012. Lublin, Poland. pp. 268 - 273.
15. Sokolova, Y., Tavanuk, T., Greshnoy, D.: Linear modeling of the electrohydraulic watching drive. *TEKA Comm. Mot. Energ. Agric.* XIB, 167–176 (2011).
16. Попов Д.Н. Динамика и регулирование гидро- и пневмосистем. Москва: Машиностроение, 1987. 464 с.
17. Соколов В.І. Розробка та дослідження системи автоматичного керування технологічним обладнанням з гідроприводом обертового руху / В.І. Соколов, О.Г. Степанова, Я.І. Степчук, Д.Ю. Кавун, М.К. Ткаченко // *Вісн. Східноукр. націон. ун-ту ім. В. Даля*. 2017. № 7 (237). С. 63-70.
18. Соколов В.І., Степанова О.Г., Батурін Є.О. Дослідження динамічних характеристик електрогідролічного приводу технологічного обладнання. *Вісн. Східноукр. націон. ун-ту ім. В. Даля*. 2019. № 1(249). С. 55-60.
19. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. Москва: Дорфа, 2003. 840 с.
20. Sokolov, V.: Diffusion of Circular Source in the Channels of Ventilation Systems. In: *Advances in Engineering Research and Application*. ICERA 2018. Lecture Notes in Networks and Systems, vol. 63, pp. 278-283. Springer, Cham (2019).
21. Sokolov, V.: Transfer functions for shearing stress in nonstationary fluid friction. In: *Proceedings of the 5th International Conference on Industrial Engineering (ICIE 2019)*. ICIE 2019. Lecture Notes in Mechanical Engineering, vol. 1, pp. 707-715. Springer, Cham (2020).
22. Соколов В.І., Кроль О.С., Єпіфанова О.В. Гідравліка. Северодонецьк: СНУ ім. В. Даля, 2017. 160 с.
23. Sokolov, V.: Dynamics of Positioning Process for Hydraulic Drive Output Link by Distributor with Closed Center. In: *Proceedings of the 7th International Conference on Industrial Engineering (ICIE 2021)*. ICIE 2021. Lecture Notes in Mechanical Engineering, vol. 2, pp. 715-723. Springer, Cham (2022).
24. Емцев Б.Т. Техническая гидромеханика. Москва: Машиностроение, 1987. 440 с.
25. Sokolov, V.: Hydrodynamics of Flow in a Flat Slot with Boundary Change of Viscosity. In: *Proceedings of the 6th International Conference on Industrial Engineering (ICIE 2020)*. Lecture Notes in Mechanical Engineering, vol. 2, pp. 1172-1181. Springer, Cham (2021).

References

1. Popov D. N. *Mekhanika gidro- i pnevmoprivodov: ucheb. dlya vuzov*. Moskva: MGTU im. N. E. Baumana, 2005. 320 s.
2. Petrakov Yu.V. *Avtomatichne upravlinnya protsesami obrobki materialiv rizannyam: navchalnyi posibnik*. KiYiv: UkrNDIAT, 2003. 383 s. Petrakov Ju.V. (2003).
3. Kovalenko A. A., Sokolov V.I., Uvarov P.E., Pazin V.V. *Osnovy ob'emnogo gidravlicheskogo privoda stroitelnyih i dorozhnyih mashin*. Lugansk: DonGASA. 1999. 137 s.
4. Sveshnikov V.K. (2008). *Stanochnye gidroprivody [Machine tool hydraulic drives]*. Mashinostroenie.
5. Rydberg K.-E. *Hydraulic Servo Systems: Dynamic Properties and Control*. Linköping University Electronic Press, Linköping, 2016.
6. Sokolov, V., Porkuian, O., Krol, O., Baturin, Y.: Design Calculation of Electrohydraulic Servo Drive for Technological Equipment. In: *Advances in Design, Simulation and Manufacturing III*. DSMIE 2020. Lecture Notes in Mechanical Engineering, vol. 1, pp. 75-84. Springer, Cham (2020).
7. Sokolov, V., Porkuian, O., Krol, O., Stepanova, O.: Design Calculation of Automatic Rotary Motion Electrohydraulic Drive for Technological Equipment. In: *Advances in Design, Simulation and Manufacturing IV*. DSMIE 2021. Lecture Notes in Mechanical Engineering, vol. 1, pp. 133-142. Springer, Cham (2021).
8. Fedorets V.A., Pedchenko M.N., Pichko A.F., Peresadko Yu.V., Lyisenko V.S. *Gidroprivody i gidropnevmoaavtomatika stankov*. Kiev: Vyssh. shkola, 1987. 375 s.
9. Navrotsky K.L. *Teoriya i proektirovanie gidro- i pnevmoprivodov*. Moskva: Mashinostroenie, 1991. 384 s.
10. Sokolov, V., Krol, O., Stepanova, O., Tsankov, P.: Dynamic characteristics of rotary motion electrohydraulic drive with volume regulation. *Comptes rendus de l'Academie bulgare des Sciences* 73(5), 691-702 (2020).
11. Kovalenko A.A. *Osnovy tehniceskoy mehaniki zhidkостей i gazov: uchebnoe posobie dlja vuzov/* A.A. Kovalenko, V.I. Sokolov, A.H. Dymnich, P.E. Uvarov. Lugansk: VUGU, 1998. 272 s.
12. Sokolov, V., Rasskazova, Y.: Automation of control processes of technological equipment with rotary hydraulic drive. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies* 2(2(80)), 44–50 (2016).
13. Sokolov, V., Krol, O., Romanchenko, O., Kharlamov, Y., Baturin, Y.: Mathematical model for dynamic characteristics of automatic electrohydraulic drive for technological equipment. *Journal of Physics: Conference Series* 1553 012013 (2020).
14. Sokolov V., Azarenko N., Sokolova Ya. Simulation of the power unit of the automatic electrohydraulic drive with volume regulation // *TEKA Commission of Motorization and Energetic in Agriculture*. Vol. 12. N 4. 2012. Lublin, Poland. pp. 268 - 273.
15. Sokolova, Y., Tavanuk, T., Greshnoy, D.: Linear modeling of the electrohydraulic watching drive. *TEKA Comm. Mot. Energ. Agric.* XIB, 167–176 (2011).
16. Popov D.N. (1987) *Dinamika i regulirovanie gidro- i pnevmosistem*. Mashinostroenie.

17. Sokolov V.I. Rozrobka ta doslidzhennia systemy avtomatichnoho keruvannia tekhnolohichnym obladnanniam z hidropriyodom obertalnoho rukhu / V.I. Sokolov, O.H. Stepanova, Ya.I. Stepchuk, D.Iu. Kavun, M.K. Tkachenko // Visn. Skhidnoukr. natsion. un-tu im. V. Dalia. - 2017. - № 7 (237). - S. 63-70.
18. Sokolov V.I., Stepanova O.G., Baturin Є.O. Doslidzhennya dinamichnih harakteristik elektrogidravlichnogo privodu tekhnologichnogo obladnannya. Visn. Skhidnoukr. nacion. un-tu im. V. Dalia. 2019. № 1(249). S. 55-60.
19. Loytsyanskiy L.G. Mehanika zhidkosti i gaza. Moskva: Dorfa, 2003. 840 s.
20. Sokolov, V.: Diffusion of Circular Source in the Channels of Ventilation Systems. In: Advances in Engineering Research and Application. ICERA 2018. Lecture Notes in Networks and Systems, vol. 63, pp. 278-283. Springer, Cham (2019).
21. Sokolov, V.: Transfer functions for shearing stress in nonstationary fluid friction. In: Proceedings of the 5th International Conference on Industrial Engineering (ICIE 2019). ICIE 2019. Lecture Notes in Mechanical Engineering, vol. 1, pp. 707-715. Springer, Cham (2020).
22. Sokolov V., Krol O., Yepifanova O. Hydraulics. Severodonetsk: V. Dahl EUNU, 2017. 160 s.
23. Sokolov, V.: Dynamics of Positioning Process for Hydraulic Drive Output Link by Distributor with Closed Center. In: Proceedings of the 7th International Conference on Industrial Engineering (ICIE 2021). ICIE 2021. Lecture Notes in Mechanical Engineering, vol. 2, pp. 715-723. Springer, Cham (2022).
24. Emtsev B.T. Tehnicheskaya gidromekhanika. Moskva: Mashinostroenie, 1987. 440 s.
25. Sokolov, V.: Hydrodynamics of Flow in a Flat Slot with Boundary Change of Viscosity. In: Proceedings of the 6th International Conference on Industrial Engineering (ICIE 2020). Lecture Notes in Mechanical Engineering, vol. 2, pp. 1172-1181. Springer, Cham (2021).

Sokolov V.I., Baturin Y.O. Calculation of shearing stress for nonstationary fluid friction

The important parameter in the calculation of hydromechanical processes is the force of viscous fluid friction, which is characterized by shearing stress arising in the working environment, which comes into contact with the surface of the moving element of the actuator, control, distribution or auxiliary hydraulic device. In the presence of a gap between the surfaces of the elements, the shearing stresses occur during the relative motion of these surfaces and the movement of the medium under the influence of the pressure drop. Traditional

approaches to the construction of mathematical models of nonstationary hydromechanical processes are largely based on the fact that real flows are replaced by a sequence of time-varying flows with a quasi-stationary distribution of hydrodynamic quantities over the section. This allows you to enter into the calculation of the coefficients and characteristics obtained for stationary flows. In fact, the structure of the nonstationary flow differs from the quasi-stationary one, and it is not always known how and under what conditions such a difference can affect the change of hydrodynamic characteristics. Therefore, the nonstationary plane laminar motion of incompressible fluid in the gap between the moving and a fixed elements in the Cartesian coordinate system is considered. The solution of the equation of motion in partial derivatives is fulfilled using the Laplace transform. The dependence in the operator form for the shearing stress for nonstationary fluid friction is obtained. The transfer functions for the shearing stress of the velocity of the moving element and the pressure gradient are determined. Based on the analysis of amplitude-frequency characteristics, the boundaries of a quasi-stationary approach are established for calculating the forces of nonstationary viscous friction on the moving elements of hydraulic devices. The solution of the equation of motion in partial derivatives is fulfilled using the Laplace transform. The approximate transfer functions for the nonstationary shearing stress are obtained, which allow to establish the connection between the originals in the form of ordinary linear differential equations. The dependence for the shearing stress under nonstationary fluid friction is proposed, which takes into account the moving surface acceleration, which makes it possible to increase the accuracy of calculating the dynamic characteristics for hydraulic systems.

Keywords: Fluid friction, shearing stress, equation of motion, Laplace transform, transfer function.

Соколов Володимир Ілліч – д.т.н., проф., завідувач кафедри машинобудування та прикладної механіки, Східноукраїнський національний університет імені Володимира Даля (м. Северодонецьк), sokolov@snu.edu.ua

Батурін Євген Олександрович – аспірант кафедри машинобудування та прикладної механіки, Східноукраїнський національний університет імені Володимира Даля (м. Северодонецьк), baturin2307@gmail.com

Чернікова Олена Миколаївна – бакалавр, студент групи ПМЕ-20д, факультет інженерії, Східноукраїнський національний університет імені Володимира Даля (м. Северодонецьк), chernikovahm@gmail.com

Стаття подана 10.01.2022 р.